

MODEL PENYEBARAN NITROGEN DIOKSIDA (NO₂) AKIBAT PROSES INDUSTRI

¹⁾Mohamad Syafi'i

¹⁾ Fakultas MIPA, Program Studi Magister Matematika, Universitas Brawijaya Malang

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang pola penyebaran NO₂ yang berasal dari cerobong asap PT. PG. Kreet Baru II Bululawang, Kabupaten Malang. Adapun model yang digunakan pada penelitian ini adalah *Gaussian plume model*. Beberapa pendekatan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah menghitung konsentrasi maksimal NO₂ dan menyelidiki pengaruh tinggi cerobong asap terhadap penyebaran NO₂ di udara. Berdasarkan Hasil simulasi yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi cerobong asap maka konsentrasi polutan yang menyebar di lingkungan akan semakin menurun. Pada penelitian ini juga diselidiki tentang pola penyebaran NO₂ di udara dengan menggunakan metode beda hingga pada persamaan difusi adveksi.

Kata kunci : *Gaussian plume model*, konsentrasi, metode beda hingga, persamaan difusi adveksi, tinggi cerobong.

Persamaan difusi adveksi dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot (c\vec{u}) + \nabla \cdot (K\nabla c) + S, \quad (1)$$

dengan $c: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $c(\vec{x}, t) \in \mathbb{R}$ merupakan konsentrasi di lokasi \vec{x} pada saat t , $\vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$, \vec{u} : kecepatan angin, dengan $\vec{u} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}_+^3$, $K \in \mathbb{R}$: koefisien difusi, dan S : *source term* (Stockie, [9]). Peranan persamaan difusi adveksi sangat penting dalam bidang industri, salah satunya adalah memprediksi besarnya konsentrasi polutan. Salah satu model yang digunakan untuk mengetahui pola penyebaran adalah *Gaussian plume model*. Keunggulan model ini adalah proses perhitungan yang cepat dan dapat melakukan validasi untuk daerah yang luas (Walter, [13]).

Proses dispersi pencemar yang dilepas melalui sumber merupakan permasalahan yang penting untuk dikaji lebih jauh. Hal tersebut dilakukan agar dapat membantu dalam pemantauan dan pengendalian pencemaran udara yang diakibatkan oleh suatu industri. Udara merupakan media lingkungan yang menjadi kebutuhan dasar manusia sehingga perlu mendapatkan perhatian yang serius. Pertumbuhan pembangunan seperti industri dan transportasi disamping memberikan dampak positif juga memberikan dampak negatif dimana salah satunya berupa pencemaran udara (Departemen Kesehatan, [4]). Penelitian tentang penyebaran polutan dengan model ini telah banyak dilakukan (Halim dkk, [5]; Sharan

dkk, [8]; Vaz dan Ferreira, [11]; Walcek, [12]). Secara umum yang membedakan penelitian ini dengan penelitian-penelitian terdahulu adalah lokasi, kondisi meteorologi, dan obyek yang berbeda. Penelitian ini mengambil studi kasus di PT. PG Kreet Baru II Bululawang, Kabupaten Malang. Industri ini terletak di daerah yang bukan merupakan kawasan industri, bukan daerah perkotaan, dan terletak di daerah dataran tinggi. Selain itu dalam penelitian ini juga diselidiki pengaruh parameter tinggi cerobong asap dan pendekatan numerik persamaan difusi adveksi tentang pola penyebaran polutan di udara.

Tujuan penelitian ini adalah mensimulasikan dan menginterpretasikan pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) yang berasal dari cerobong asap PT. PG. Kreet Baru II Bululawang, Kabupaten Malang dengan menggunakan *Gaussian plume model*, menyelidiki pengaruh parameter tinggi cerobong asap terhadap pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂), dan mensimulasikan pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) di sekitar PT. PG. Kreet Baru II Bululawang, Kabupaten

Malang dengan pendekatan numerik metode beda hingga pada persamaan difusi adveksi.

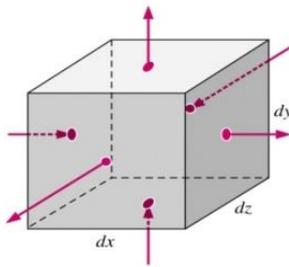
Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sumber polutan yang diteliti adalah polutan yang berasal dari cerobong asap industri PT. PG Kreet Baru II Bululawang, Kabupaten Malang yaitu boiler CCJT, boiler ini berbentuk silinder dengan diameter dalam 2 m

dan tinggi cerobong asap **32 m**, batasan wilayah yang menjadi objek penelitian adalah sejauh **1000 m** dari arah timur dan **1000 m** dari arah utara PT. PG. Kretet Baru II Bululawang, Malang.

METODE

Gaussian Plume Model

Prinsip hukum konservasi massa menyatakan bahwa massa tidak dapat diciptakan dan tidak dapat dihilangkan, sehingga massa pada suatu sistem adalah konstan. Didefinisikan ruang kontrol $dx \times dy \times dz$ seperti Gambar 1 di bawah ini



Gambar 1. Ruang kontrol $dx \times dy \times dz$

Jika digunakan pendekatan ruang kontrol pada permasalahan aliran fluida, maka penerapan hukum konservasi massa pada ruang kontrol adalah (Ngo dan Gramol, [7]):

Laju perubahan massa di dalam ruang kontrol + Laju massa bersih yang mengalir melalui permukaan ruang kontrol = 0,

Atau

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A (\rho \vec{u}) \cdot \vec{n} dA = 0. \quad (2)$$

Persamaan (2) biasa disebut sebagai persamaan kontinuitas, dengan ρ : massa jenis ($\frac{mg}{m^3}$), dan \vec{n} : vektor satuan normal. Integral pertama pada ruas kiri menyatakan besarnya laju perubahan massa di dalam ruang kontrol sedangkan integral kedua menyatakan laju massa bersih yang mengalir melalui permukaan ruang kontrol. Oleh karena itu, hukum konservasi massa pada ruang kontrol dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0. \quad (3)$$

Jika dimisalkan suatu konsentrasi massa di lokasi $\vec{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ pada waktu t adalah suatu fungsi $C(\vec{x}, t)$ dalam (mg/m^3), maka hukum konservasi massa pada persamaan (3) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\vec{u}) = 0. \quad (4)$$

Pada penelitian ini mengkaji tentang penyebaran polutan di udara, sehingga proses difusi dan adveksi sangat berpengaruh pada pergerakan molekul di atmosfer. Kedua proses tersebut yang menyebabkan terjadinya perubahan aliran per satuan luas penampang (permukaan ruang kontrol) per satuan waktu. atau biasa disebut sebagai *flux*. Kontribusi proses difusi sebagai *flux* muncul dari gerak turbulen di atmosfer, dimana dalam waktu δt molekul akan bergerak ke kiri dan ke kanan. Proses difusi di atmosfer diasumsikan mengikuti hukum Fick's yaitu $J_D = -K\nabla C$, dengan K : matrik diagonal yang entri-entri-nya berupa koefisien difusi yang mewakili intensitas gerak turbulen atau dengan kata lain $K = K(\vec{x}) = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$ dimana K_1 : koefisien difusi efektif pada arah x , K_2 : koefisien difusi efektif pada arah y , dan K_3 : koefisien difusi efektif pada arah z . Pergerakan molekul di atmosfer juga dipengaruhi oleh kecepatan angin sehingga digunakan *flux* adveksi transportasi sebagai *flux* kedua yang dinyatakan dengan $J_A = C\vec{u}$. Akibatnya persamaan (4) dapat dinyatakan sebagai berikut (Stockie, [9]):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla J = 0, \quad (5)$$

dengan J : *flux* massa,

$$J = J_A + J_D = \vec{u}C - K\nabla C, \quad (6)$$

J_D : *flux* difusi dan J_A : *flux* adveksi, sehingga hukum konservasi massa dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_x C}{\partial x} + \frac{\partial v_y C}{\partial y} + \frac{\partial v_z C}{\partial z} \right) = \left(K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla(C\vec{u}) + \nabla(K\nabla C).$$

Source term (S) akan dimasukkan ke dalam ruang kontrol pada saat reaksi kimia menghasilkan polutan, dengan $S = q\delta(x)\delta(y)\delta(z - H)$, merupakan kontaminan yang diemisikan dengan laju konstan q dari sumber di $\vec{x} = (0,0,H)$ yang terletak pada ketinggian H di atas permukaan tanah. q : laju emisi pembentukan polutan akibat reaksi kimia (mg/s), H : tinggi efektif, dan $\delta(x), \delta(y), \delta(z - H)$: fungsi delta Dirac (m^{-1}) (Stockie, [9]).

Oleh karena itu, persamaan (7) dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\vec{u}) = \nabla(K\nabla C) + S. \tag{8}$$

Diberikan beberapa asumsi pada persamaan (8), yaitu:

1. Sistem dalam keadaan *steady state*, $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$.
2. Kecepatan angin konstan dan searah pada arah x positif, sehingga $\vec{u} = (v_1, 0, 0)$.
3. Koefisien difusi efektif adalah konstan dan difusi bersifat isotropik sehingga $K_1 = K_2 = K_3 = K$.
4. Kecepatan angin yang didominasi pada arah x menyebabkan difusi dalam arah x jauh lebih kecil dari adveksi, sehingga suku $K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ diabaikan.
5. Variasi dalam topografi diabaikan sehingga permukaan tanah dapat dianggap sebagai permukaan datar.
6. Jenis polutan tidak reaktif, sehingga *source term* dapat diabaikan (Stockie, [9]).

Akibatnya persamaan (8) dapat direduksi menjadi

$$v_1 \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \tag{9}$$

Kondisi batas pada persamaan (9) adalah (Stockie, [9]):

$C(0, y, z) = \frac{Q}{v_1} \delta(y)\delta(z - H)$: menyatakan ada laju emisi konstan dari cerobong pada posisi $x = 0, y = 0, z = H$ dengan Q : laju emisi pencemar yang dihasilkan suatu sumber (cerobong asap) (mg/s), v_1 : rata-rata kecepatan angin pada arah x (m/s).

$C(\infty, y, z) = 0$
 $C(x, y, \infty) = 0$
 $C(x, \pm\infty, z) = 0$ } menyatakan konsentrasi di tempat yang jauh dari cerobong dianggap nol.
 $K \frac{\partial C}{\partial z}(x, y, 0) = 0$: menyatakan bahwa fluks difusi di permukaan tanah nol, atau dengan kata lain polutan tidak bisa menembus tanah.

Koefisien difusi efektif adalah koefisien yang sangat berpengaruh pada pola penyebaran. Koefisien tersebut dapat bervariasi sesuai dengan kondisi cuaca dan waktu tertentu sehingga sangat sulit ditentukan ketika praktik di lapangan. Oleh karena itu praktik yang dilakukan mengganti x dengan variabel bebas baru yang didefinisikan sebagai berikut (Stockie, [9]):

$$r = \frac{1}{v_1} \int_0^x K(\zeta) d\zeta = \frac{1}{v_1} Kx,$$

perubahan variabel ini menghilangkan koefisien K pada persamaan (9), sehingga persamaan (9) menjadi:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \tag{10}$$

Digunakan metode pemisahan variabel dalam menyelesaikan persamaan (10). Diberikan asumsi bahwa solusi bergantung pada y dan z , sehingga dapat dipisahkan sebagai berikut (Stockie, [9]):

$$C(r, y, z) = \frac{Q}{v_1} a(r, y)b(y, z), \tag{11}$$

dimana $C(r, y, z) := C(x, y, z)$.

Dengan metode pemisahan variabel, diperoleh

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{\partial^2 a}{\partial y^2}, \tag{12}$$

untuk $0 \leq r \leq \infty$ dan $-\infty \leq y \leq \infty$, dengan kondisi batas $a(0, y) = \delta(y), a(\infty, y) = 0, a(r, \pm\infty) = 0$, dan

$$\frac{\partial b}{\partial r} = \frac{\partial^2 b}{\partial z^2}, \tag{13}$$

untuk $0 \leq r \leq \infty$ dan $0 \leq z \leq \infty$,

dengan kondisi batas

$$b(0, z) = \delta(z - h), b(\infty, z) = 0,$$

$$b(r, \infty) = 0, \frac{\partial b}{\partial z}(r, 0) = 0.$$

Solusi persamaan (12) dan (13) diselesaikan dengan menggunakan transformasi Laplace.

Langkah pertama dalam menyelesaikan persamaan (12) dengan menggunakan transformasi Laplace pada variabel r , didapatkan

$$\rho \hat{a} - a(0, y) = \frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2}, \quad (14)$$

dengan

$$\hat{a}(\rho, y) = \mathcal{L}_r(a(r, y)) = \int_0^\infty e^{-\rho r} a(r, y) dr$$

Berdasarkan kondisi batas pada persamaan (12) maka persamaan (14) menjadi

$$\frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2} - \rho \hat{a} = -\delta(y). \quad (15)$$

Selanjutnya digunakan transformasi Laplace pada persamaan (15) terhadap variabel y , didapatkan

$$\eta^2 \hat{\tilde{a}} - \eta \hat{a}(\rho, 0) - \left[\frac{\partial \hat{a}}{\partial y}(\rho, 0) \right] - \rho \hat{\tilde{a}} = -1 \quad (16)$$

dengan $\hat{\tilde{a}}(\rho, \eta) := \mathcal{L}_y(\hat{a}(\rho, y))$.

Persamaan (16) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\hat{\tilde{a}} = \frac{\eta \alpha_1 - \alpha_2}{\eta^2 - \rho}, \quad (17)$$

dengan $\alpha_1 = \hat{a}(\rho, 0)$ dan

$$\alpha_2 = -\frac{\partial \hat{a}(\rho, 0)}{\partial y} + 1.$$

Langkah berikutnya dengan menggunakan invers transformasi Laplace pada persamaan (17) terhadap variabel η , diperoleh

$$\mathcal{L}_\eta^{-1}(\hat{\tilde{a}}(\rho, \eta)) = \mathcal{L}_\eta^{-1}\left(\frac{\eta \alpha_1 - \alpha_2}{\eta^2 - \rho}\right)$$

$$\hat{a}(\rho, y) = \frac{\alpha_1}{2}(e^{\sqrt{\rho}y} + e^{-\sqrt{\rho}y}) - \frac{\alpha_2}{2\sqrt{\rho}}(e^{\sqrt{\rho}y} - e^{-\sqrt{\rho}y}). \quad (18)$$

Berdasarkan hasil transformasi Laplace dari kondisi batas pada persamaan (12) $\hat{a} = 0$ ketika $y \rightarrow \infty$, maka diperoleh $\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\rho}}$,

sehingga persamaan (18) dapat direduksi menjadi

$$\hat{a}(\rho, y) = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\rho}} e^{-\sqrt{\rho}y}. \quad (19)$$

Diasumsikan bahwa α_2 merupakan variabel bebas, selanjutnya dengan menggunakan invers transformasi Laplace pada persamaan (19) terhadap variabel ρ , diperoleh

$$\mathcal{L}_\rho^{-1}(\hat{a}(\rho, y)) = \mathcal{L}_\rho^{-1}\left(\frac{\alpha_2}{\sqrt{\rho}} e^{-\sqrt{\rho}y}\right) = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\pi r}} e^{-\frac{y^2}{4r}},$$

$$a(r, y) = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\pi r}} e^{-\frac{y^2}{4r}}. \quad (20)$$

Kondisi batas persamaan (12) bahwa $a(0, y) = \delta(y)$. Jika disubstitusikan ke dalam persamaan (20) maka terdapat pembagi nol, sehingga digunakan definisi fungsi delta Dirac sebagai hampiran (Wirianto dan Budhi, [14]),

$$\delta(y) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-\frac{y^2}{4r}}. \quad (21)$$

Pada akhirnya didapatkan solusi persamaan (12) sebagai berikut,

$$a(r, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-\frac{y^2}{4r}}. \quad (22)$$

Dengan cara yang sama, maka diperoleh solusi masalah persamaan (13) adalah

$$b(r, z) = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} \left(e^{-\frac{(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{(z+H)^2}{4r}} \right). \quad (23)$$

Substitusikan persamaan (21) dan (22) ke dalam persamaan (11), diperoleh

$$c(r, y, z) = \frac{Q}{v_1} \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-\frac{z^2}{4r}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi r}} \left(e^{-\frac{(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{(z+H)^2}{4r}} \right) \right)$$

$$c(r, y, z) = \frac{Q}{4\pi v_1 r} e^{-\frac{z^2}{4r}} \left(e^{-\frac{(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{(z+H)^2}{4r}} \right). \quad (24)$$

Persamaan (24) sering disebut sebagai solusi *Gaussian plume* untuk persamaan difusi adveksi.

Didefinisikan persamaan $r = \frac{Hx}{v_1}$, pada penelitian ini diasumsikan bahwa konsentrasi polutan berdistribusi normal dengan konsentrasi maksimum adalah rata-ratanya. sehingga

didefinisikan σ_y dan σ_z sebagai standar deviasi konsentrasi kepulan asap pada arah horizontal dan vertikal. dua variabel tersebut digunakan untuk mengidentifikasi variasi penyebaran polutan. Dua variabel tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut $\sigma_y^2 = \frac{2Kx}{v_1}$ dan $\sigma_z^2 = \frac{2Kx}{v_2}$. Substitusikan persamaan r , σ_y^2 , dan σ_z^2 ke dalam persamaan (24), sehingga diperoleh (Heinsohn, [6]),

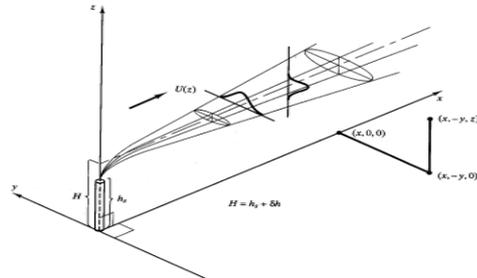
$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi v_1 \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}} \left(e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} + e^{-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_y^2}} \right) \quad (25)$$

persamaan (25) biasa disebut *Gaussian plume model*, dengan:

- C : Konsentrasi polutan ($\frac{mg}{m^3}$).
- Q : Laju emisi pencemar yang dihasilkan suatu sumber ($\frac{mg}{s}$).
- v_1 : Kecepatan angin di titik sumber ($\frac{m}{s}$).
- σ_y : Standar deviasi konsentrasi kepulan asap (*plume*) pada arah horizontal.
- σ_z : Standar deviasi konsentrasi kepulan asap (*plume*) pada arah vertikal.
- π : Konstanta matematika untuk phi

(3,1415926... \approx 3,14).

- H : Tinggi efektif cerobong asap (m).
- y : Crosswind distance (m).
- x : Downwind distance (m).
- z : Tinggi penerima (m).



Gambar 2. Gaussian plume dispersion

dengan σ_y dan σ_z masing-masing disebut standar deviasi konsentrasi kepulan asap pada arah horizontal dan vertikal. σ_y dan σ_z merupakan fungsi dari kriteria stabilitas atmosfer yang mempengaruhi tingkat dispersi emisi polutan yang diperoleh. Pada penelitian ini σ_y dan σ_z mengikuti persamaan Briggs yang dapat dilihat pada Tabel 1 (Briggs, [1]).

Tabel 1. Konstanta perhitungan σ_y dan σ_z

Daerah	Kriteria kestabilan	σ_y	σ_z
Rural	A	$0.22x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.20x$
	B	$0.16x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.12x$
	C	$0.11x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.08x(1 + 0.0002x)^{-\frac{1}{2}}$
	D	$0.88x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.06x(1 + 0.0015x)^{-\frac{1}{2}}$
	E	$0.66x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.03x(1 + 0.0003x)^{-1}$
	F	$0.04x(1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.016x(1 + 0.0003x)^{-1}$
Urban	A-B	$0.32x(1 + 0.0004x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.24x(1 + 0.001x)^{-\frac{1}{2}}$
	C	$0.22x(1 + 0.0004x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.20x$
	D	$0.16x(1 + 0.0004x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.14x(1 + 0.003x)^{-\frac{1}{2}}$
	E-F	$0.11x(1 + 0.0004x)^{-\frac{1}{2}}$	$0.14x(1 + 0.003x)^{-\frac{1}{2}}$

Kriteria yang digunakan dalam menentukan kestabilan atmosfer adalah kriteria kestabilan

Pasquill-Gifford seperti tertera pada Tabel 2 (De Nevers,[3])

Tabel 2. Kriteria kestabilan atmosfer

Kriteria angin 10 meter di atas tanah (m/s)	Siang insolasi			Malam tanpa awan	
	Kuat	Sedang	Lemah	Sebagian besar berawan ($\geq 4/8$)	Sebagian besar cerah ($\leq 3/8$)
<2	A	A-B	B	-	-
2-3	A-B	B	C	E	F
3-5	B	B-C	C	D	E
5-6	C	C-D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D

Berdasarkan kriteria tersebut, kestabilan atmosfer dikategorikan menjadi 6 tipe, yaitu:

- A : Sangat labil D : Netral
 B : Labil E : Sedikit stabil
 C : Sedikit labil F : Stabil

Kepulan asap (*plume*) yang keluar dari cerobong asap tidak segera bergerak secara horizontal sehingga menyebabkan penambahan ketinggian sebesar δh . Sehingga tinggi efektif (H) dapat diketahui menggunakan persamaan sebagai berikut (De Nevers, [3]):

$$H = H_c + \delta h, \quad (26)$$

dimana :

H_c : Tinggi cerobong asap (m).

δh : Tinggi kepuluan (m).

Tinggi kepuluan asap dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan Holland, (De Nevers, [3]):

$$\delta h = \frac{VsD}{U_{ha}} \left[1.5 + 2.6B \times 10^{-2} \times F \times D \times \left(\frac{T_s - T_a}{T_s} \right) \right], \quad (27)$$

dimana:

δh : Tinggi kepuluan (m).

Vs : Kecepatan aliran gas dalam cerobong asap saat keluar dari cerobong asap (m/s).

D : Diameter cerobong asap (m).

U_{ha} : Kecepatan angin pada ujung cerobong asap (m/s).

P : Tekanan udara/atmosfer (millibar).

T_s : Temperatur gas di dalam cerobong asap (Kelvin).

T_a : Temperatur atmosfer (Kelvin).

Pendekatan Numerik Metode Beda Hingga

Pada penelitian ini pendekatan numerik yang digunakan adalah pendekatan metode beda hingga pada persamaan difusi adveksi dua

dimensi dengan mengasumsikan bahwa koefisien difusi (K) dan kecepatan rata-rata angin (v) konstan,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left(K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) - \left(v \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right). \quad (28)$$

Persamaan (28) didiskritisasi dengan beda pusat kecuali $\frac{\partial C}{\partial t}$ didiskritisasi dengan beda maju, sehingga diperoleh

$$C_{xy}^{t+1} = C_{xy}^t + \Delta t q, \quad (29)$$

Dengan

$$q = k C_{x+1,y}^t + l C_{x-1,y}^t + m C_{xy}^t + n C_{xy,t+1}^t + p C_{xy,t-1}^t,$$

$$k = \frac{K}{(\Delta x)^2} - \frac{v}{2\Delta x'}$$

$$l = \frac{K}{(\Delta x)^2} + \frac{v}{2\Delta x'}$$

$$m = -\frac{2K}{(\Delta x)^2} - \frac{2K}{(\Delta y)^2},$$

$$n = \frac{K}{(\Delta y)^2} - \frac{v}{2\Delta y'}$$

$$p = \frac{K}{(\Delta y)^2} + \frac{v}{2\Delta y'}$$

Stabil tidaknya solusi persamaan (29) bergantung pada konstanta *Peclet* (Pe) dan *Courant* (Cr). Solusi umumnya bersifat stabil bila nilai-nilai $Pe \leq 2$ dan $Cr \leq 1$, dengan kata lain:

$$Pe = \frac{hv}{K} \leq 2 \text{ dan } Cr = \frac{v\Delta t}{h} \leq 1. \quad (30)$$

Penerapan metode beda hingga dalam suku difusi mensyaratkan bahwa langkah waktu dipilih sedemikian rupa sehingga solusi yang dihasilkan akan stabil. Syarat yang harus

dipenuhi untuk sistem dua dimensi adalah (Sunarko, dkk.,[10]):

$$\frac{K\Delta t}{h^2} \leq \frac{1}{4} \quad (31)$$

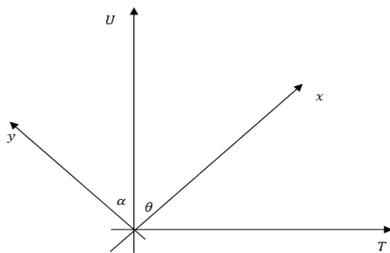
dengan $h = \Delta x = \Delta y$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi Pola Penyebaran Nitrogen Dioksida (NO_2) dengan Menggunakan Gaussian Plume Model

Dalam melakukan proses perhitungan konsentrasi polutan dengan menggunakan *Gaussian plume model* diperlukan sistem koordinat pada suatu wilayah. Hal ini digunakan untuk melihat pola penyebaran NO_2 di dalam suatu wilayah. Peta wilayah yang dijadikan objek penelitian adalah wilayah PT. PG. Krebet Baru II Bululawang dan sekitarnya. Peta wilayah studi yang menjadi objek penelitian terlebih dahulu dilakukan pendiskritan untuk mempermudah proses perhitungan. Sistem koordinat yang diperlukan adalah koordinat penerima (*receptor*) (T, U) dimana T : *receptor* pada arah timur dan U : *receptor* pada arah utara dan sistem koordinat arah angin (x, y) dimana x : *downwind distance* dan y : *crosswind distance*.

Hubungan sistem koordinat penerima (t, u) dan koordinat arah angin (x, y) dapat dilihat pada Gambar 3 dan dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan sebagai berikut (Britter dan Barret, [2]):



Gambar 3. Ilustrasi sistem koordinat

Adapun persamaan dibawah ini merupakan hubungan kedua sistem koordinat tersebut:

$$x = (u - u_i) \cos \theta + (t - t_i) \sin \theta, \quad (32)$$

Dan

$$y = (u - u_i) \sin \theta - (t - t_i) \cos \theta, \quad (33)$$

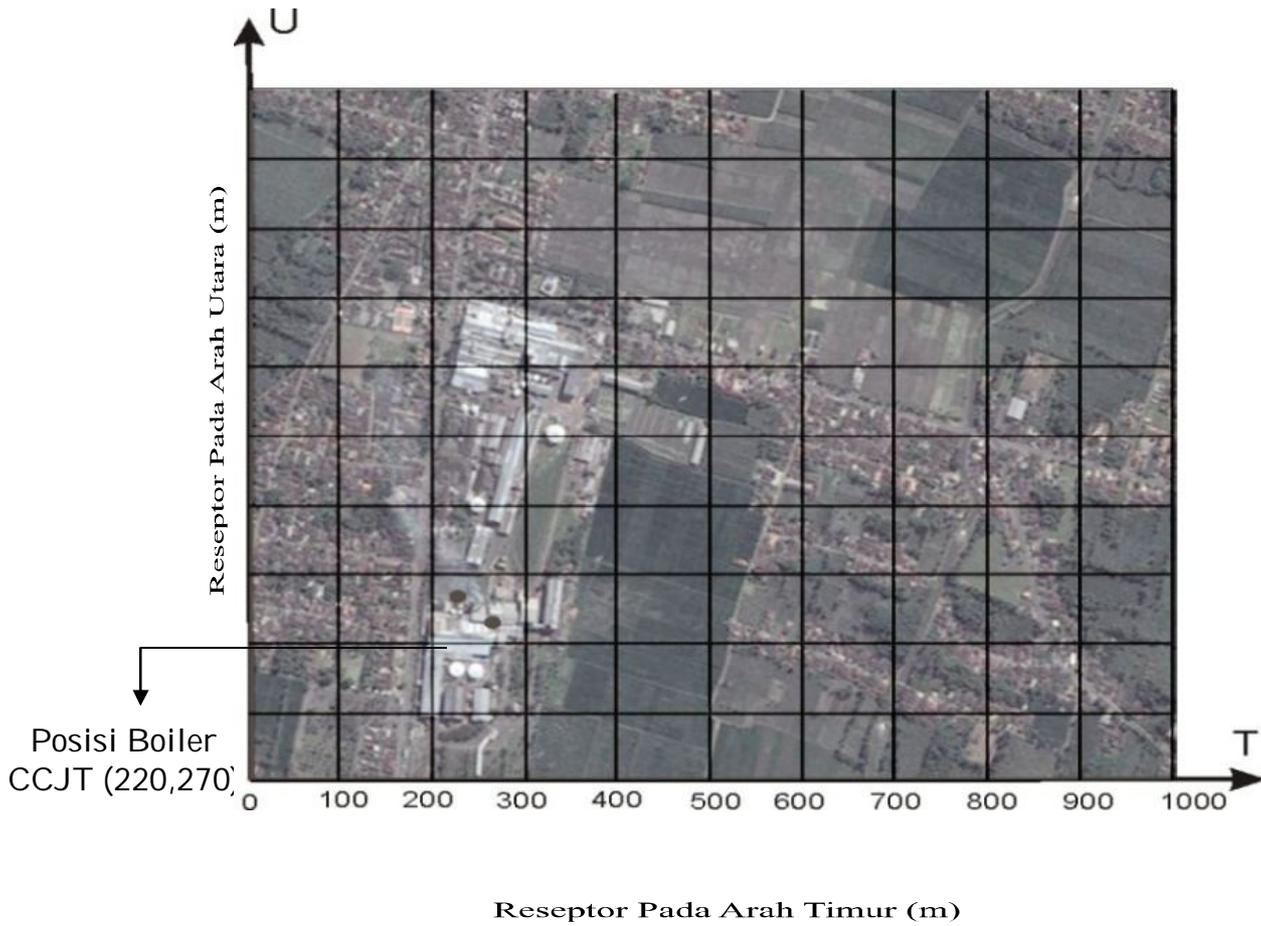
dengan x : *downwind distance*, y : *crosswind distance*, t : *receptor* pada arah timur, u : *receptor* pada arah utara, (t_i, u_i) : koordinat cerobong asap, dan θ : arah angin (rad). Pada penelitian ini koordinat cerobong terletak pada titik (220,270) dan pendiskritan peta wilayah dapat dilihat pada Gambar 4. Setelah ditetapkan peta wilayah studi yang menjadi objek penelitian dan hubungan antara dua sistem koordinat maka langkah selanjutnya adalah proses perhitungan konsentrasi polutan dengan menggunakan *Gaussian plume model* dan simulasi data dengan bantuan *software* Matlab R2010a. Data yang akan diolah dan disimulasikan pada penelitian ini adalah data sesuai pada Tabel 3 dan Tabel 4 sebagai berikut:

Tabel 3. Data yang berkaitan dengan sumber emisi (cerobong asap)

Data cerobong asap	
Diameter dalam	2 m
Tinggi cerobong asap	32 m
Kecepatan gas	18 $\frac{m}{s}$
Suhu ujung	120^o C
Laju emisi	3083.88 $\frac{m^3 \cdot g}{s}$

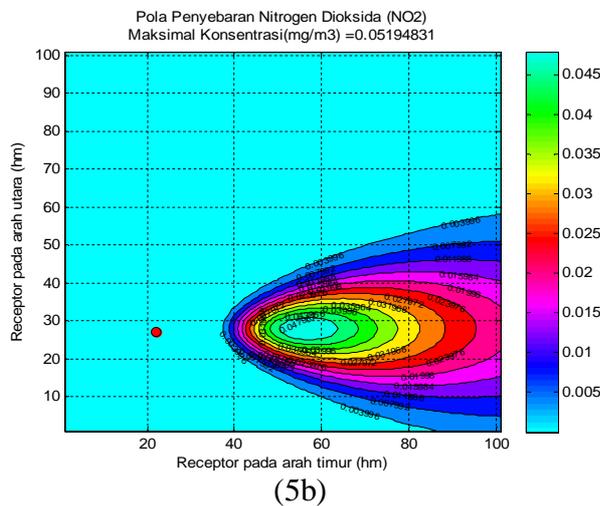
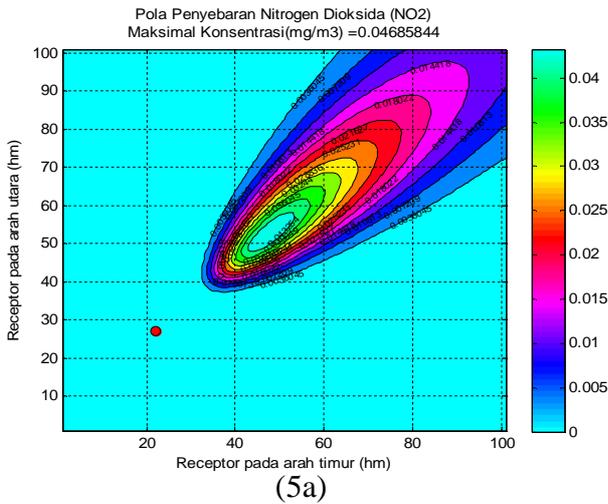
Tabel 4. Data skenario yang berkaitan dengan faktor meteorology

Bulan	Kecepatan Angin rata-rata ($\frac{m}{s}$)	Arah angin Terbanyak	Suhu udara rata-rata ($^{\circ}C$)	Insolasi matahari rata-rata	Tekanan udara rata-rata
I	3.5	225 ^o	24.1	86	946.4
II	1.5	270 ^o	23.9	86	943.4



Gambar 4. Peta wilayah studi

Berdasarkan data pada Tabel 3 dan Tabel 4 diperoleh simulasi seperti pada Gambar 4 dibawah ini



Gambar 5. Pola Penyebaran Nitrogen Dioksida (5a) Bulan I (5b) Bulan II

Simulasi pada Gambar 5a menggunakan data pada Tabel 3 dan data Tabel 4 untuk bulan I dengan kecepatan angin rata-rata $3,5 \frac{m}{s}$, arah angin terbanyak berasal dari barat daya dengan sudut 225° , dan insolasi matahari sebesar 86. Kriteria tersebut masuk ke dalam kriteria kestabilan atmosfer B, yaitu labil. Angin berhembus dari arah barat daya maka polutan menyebar ke arah timur laut. Kestabilan atmosfer yang labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.046858443702 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (470,520). Sedangkan Gambar 5b merupakan simulasi dengan menggunakan data pada Tabel 3 dan data Tabel 4 untuk bulan II. Arah angin

terbanyak pada bulan ini berbeda dengan bulan I. Pada bulan ini rata-rata angin bergerak dari arah barat dengan sudut 270° sehingga polutan menyebar ke arah timur. Kestabilan atmosfer pada bulan ini masuk dalam kriteria A yaitu sangat labil. Hal ini disebabkan kecepatan angin rata-rata pada bulan ini adalah $1,5 \frac{m}{s}$. Kestabilan atmosfer yang sangat labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.051948314358 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (560,280).

Pengaruh Tinggi Cerobong Asap Terhadap Penyebaran Nitrogen Dioksida

Berdasarkan persamaan (24) diperoleh sebuah Lemma,

Lemma 1

Misalkan H_C adalah tinggi cerobong.

Diberikan $H_{C1} > H_{C2}$,

Maka

$$C(x, y, 0) | \{H = H_{C1}\} < C(x, y, 0) | \{H = H_{C2}\}, \quad (34)$$

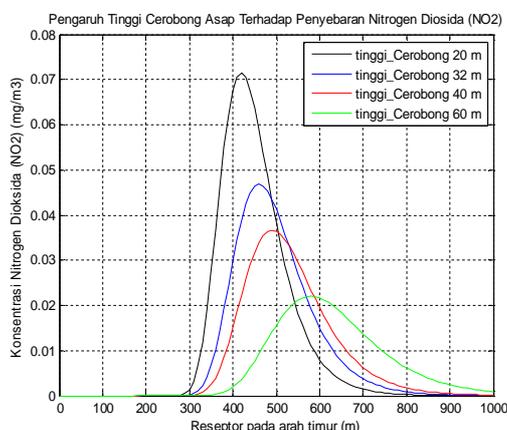
$C(x, y, 0)$ merupakan nilai konsentrasi ketika di permukaan ($z = 0$).

Dalam keadaan meteorologi yang sama penyebaran polutan dapat berbeda. Hal ini dikarenakan penyebaran polutan di udara juga dipengaruhi oleh bentuk fisik sumbernya, salah satunya adalah tinggi cerobong. Perubahan pola penyebaran nitrogen dioksida (NO_2) akibat pengaruh tinggi cerobong asap dapat dilihat pada Gambar 6. Gambar tersebut merupakan simulasi penyebaran nitrogen dioksida (NO_2) sesuai dengan data pada Tabel 3 dan Tabel 4 untuk bulan I dengan $z = 0$. Tinggi cerobong asap yang diberikan adalah $20 m, 32 m, 40 m$ dan $60 m$. Pada Gambar 6 terlihat bahwa semakin tinggi cerobong asap maka penyebaran polutan yang menyebar di lingkungan hingga sampai permukaan tanah akan semakin menurun dan terus berkurang dengan bertambah jauhnya jarak dari sumber polutan.

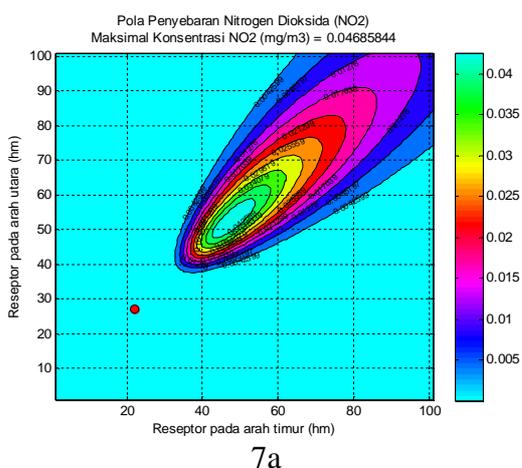
Pendekatan Numerik Persamaan Difusi Adveksi Terhadap Pola Penyebaran Nitrogen Dioksida (NO_2)

Pada penelitian ini diasumsikan bahwa lokasi yang menjadi peta wilayah sudah tercemar oleh NO_2 yang berasal dari PT. PG Krebet Baru II Bululawang. Kondisi awal yang diambil adalah pola penyebaran NO_2 pada

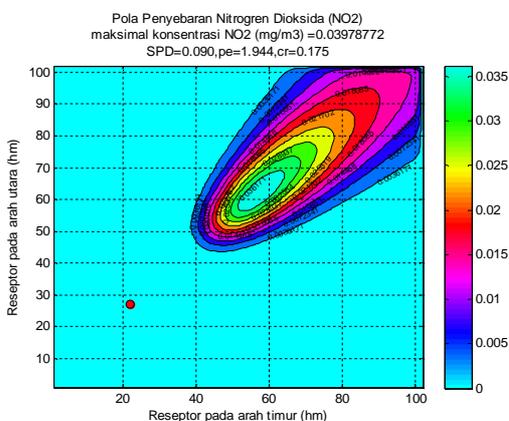
Gambar 5a. Kondisi batas yang diberikan pada penelitian ini adalah konsentrasi polutan di luar peta wilayah sama dengan nol. Simulasi pendekatan beda hingga pada persamaan difusi adveksi terhadap pola penyebaran NO₂ dapat dilihat pada Gambar 7



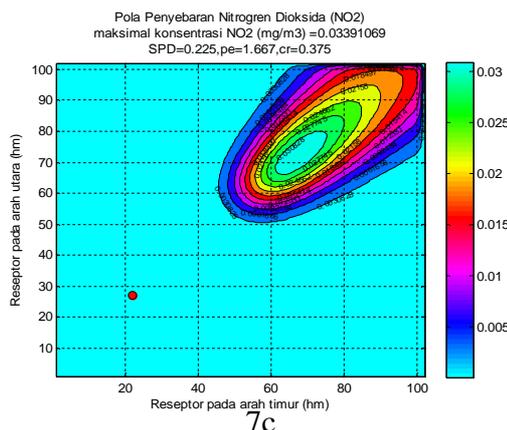
Gambar 6. Simulasi pengaruh tinggi cerobong asap terhadap penyebaran NO₂



7a



7b



7c

Gambar 7. Simulasi pendekatan metode beda hingga persamaan difusi adveksi terhadap penyebaran NO₂ (7a) kondisi awal (7b) Simulasi penyebaran NO₂ dengan $v = 3.5 \frac{m}{s}, dy = dx = 10, dt = 0.5$ dan $K = 18$ (7c) Simulasi penyebaran NO₂ dengan $v = 5 \frac{m}{s}, dy = dx = 10, dt = 0.75$ dan $K = 30$

Simulasi pada Gambar 7a menunjukkan bahwa kondisi awal pola penyebaran NO₂ sesuai dengan data pada Tabel 3 dan pada Tabel 4 untuk bulan I. Konsentrasi maksimum yang didapatkan pada kondisi awal ini adalah $0.046858443702 \frac{mg}{m^3}$ yang terletak pada titik (470,520). Pada Gambar 7b diberikan $dt = 0.5, dy = dx = 10, K = 18,$ dan $v = 3.5 \frac{m}{s}$ sehingga diperoleh $Pe = 1.944$ dan $Cr = 0.175$ yang menyebabkan solusi dalam keadaan stabil. Jika iterasi diberikan sebanyak 60 kali, terjadi perubahan konsentrasi maksimum pada iterasi terakhir yaitu $0.039787721928 \frac{mg}{m^3}$ yang terletak pada titik (570,620). Gambar (7c) merupakan simulasi pola penyebaran NO₂ dengan kondisi awal yang sama dan diberikan kecepatan angin dan koefisien difusi yang lebih besar yaitu $5 \frac{m}{s}$ dan 30. Perubahan waktu yang diberikan pada kondisi ini juga lebih besar yaitu 0,75 sehingga diperoleh $Pe = 1,677$ dan $Cr = 0,375$ yang menyebabkan solusi masih dalam keadaan stabil. Jika diberikan iterasi sebanyak 60 kali maka diperoleh konsentrasi maksimum yang lebih rendah daripada simulasi sebelumnya yaitu sebesar $0.033910694076 \frac{mg}{m^3}$ yang terletak pada titik

(670,720). Berdasarkan simulasi pada Gambar (7b) dan Gambar (7c) dapat disimpulkan bahwa semakin besar kecepatan angin dan koefisien difusi maka penyebaran polutan semakin cepat menyebar, berpindah, dan bergerak.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang didapatkan pada penelitian ini adalah *Gaussian plume model* merupakan salah satu model yang dapat digunakan dalam memperkirakan konsentrasi polutan pada suatu wilayah. Pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) pada bulan yang diteliti rata-rata tidak merata. Hal ini dikarenakan kriteria kestabilan rata-rata cenderung labil pada setiap bulannya sehingga menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi maksimal yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa rata-rata konsentrasi maksimalnya masih dibawah batas maksimal standar baku mutu nasional yaitu $0.4 \frac{\text{mg}}{\text{Nm}^3}$. Tinggi cerobong asap suatu industri sangat berpengaruh pada pola penyebaran polutan. Semakin tinggi cerobong asap (*stack*) maka penyebaran polutan yang menyebar di lingkungan akan semakin menurun. Pola penyebaran NO₂ dapat juga disimulasikan dengan menggunakan pendekatan numerik pada persamaan difusi adveksi. Parameter kecepatan angin dan koefisien difusi sangat berpengaruh pada pola penyebaran NO₂. Semakin besar kecepatan angin dan koefisien difusi maka polutan akan lebih cepat berpindah, bergerak, dan menyebar.

DAFTAR PUSTAKA

- Briggs G.A. 1974. *Diffusion Estimation for Small Emissions*. Oak Ridge, Tennessee: Air Resources Atmospheric Turbulence and Diffusion Laboratory, NOAA.
- Britter, R. E. dan Barret, S. R. H. 2008. Development of Algorithms and Approximation for Rapid Operational Air Quality Modelling. *Article to Appear in Atmospheric Environment*.
- De Nevers, N. 2000. *Air Pollution Control Engineering*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Departemen Kesehatan. 2007. Parameter Pencemar Udara Dan Dampaknya Terhadap Kesehatan. <http://www.depkes.go.id/downloads/Udara.a.PDF>. Diakses tanggal 29 September 2012.
- Halim, A. A., Y. Meilawati, dan L. Mulyatna. 2010. Model Dispersi SO₂ Akibat Kegiatan PLTU Batubara Industri Tekstil Di Kawasan Industri Dayeuhkolot Kabupaten Bandung: *Penelitian Masalah Lingkungan di Indonesia 2010*, 06: 517-525.
- Heinsohn, R. J. 2005. *Source and Control of Air Pollution*. New Jersey: Prentice Hall. Ins.
- Ngo, C. C. dan Gramol, K. 2002. Multimedia Engineering Fluida. https://ecourses.ou.edu/cgi-bin/eBook.cgi?topic=fl&chap_sec=04.1&page=theory. Diakses pada tanggal 10 Januari 2013.
- Sharan, M., A. K. Yadav, M. P. Singh, P. Agarwal, dan S. Nigam. 1995. A Mathematical Model for The Dispersion of Air Pollutants in Low Wind Conditions. *A Mathematical Model The Dispersion of Air Pollutants*, 1209-1220.
- Stockie, J. M. 2010. *The Mathematics Of Atmospheric Dispersion Modelling. Paper*. Washington: Department of Mathematics, Simon Fraser University.
- Sunarko, Zaki, S. dan Waris, A. 2007. Application of Euler Lagrange Method in Spatial Estimation of Pollutant in Advection Dominant Condition. *International Conference on Advances in Nuclear Science and Engineering in Conjunction with LKSTN*, 345-349.
- Vaz, A. I. F. dan Ferreira, E. C. 2009. Air Pollution Control with Semi Infinite Programming: *Journal Applied Mathematical Modelling*, No.33: 1957-1969.
- Walcek, C. J. 2004. A Gaussian Dispersion/Plume Model Explicitly Accounting for Wind Shear. *Program and Abstract of the 13th Joint Conference on Clouds on The Applications of Air Pollution Meteorology with AWM&A*, Canada.
- Walter, H. 2004. Comparison of Result from Dispersion Models for Regulatory Purposed Based on Gaussian and Lagrangian Algorithms: An Evaluating Literature Study. *The 9th int. Conf. On Harmonisation within Atmospheric Dispersion Modelling for Regulatory Purposed*. No.01: 19-29.
- Wirianto, M. dan Budhi, W. S. 2005. Fungsi Delta Dirac: *Integral*, Vol 10 No.1: 1-7.